

## کنترل سه محوره وضعیت یک میکرو ماهواره با عملگرهای مغناطیسی به روش مقاوم (سنتر $\mu$ )

احسان حبیب‌اللهیان\*<sup>۱</sup> مسعود شفیعی\*\* حیدرعلی طالبی\*\*

\* کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

\*\* استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۰۱/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۰۴/۳۱

### چکیده

در این مقاله برای سیستم کنترل وضعیت یک میکرو ماهواره در مدار LEO، کنترل‌کننده‌ای مقاوم با روش سنتر  $\mu$  طراحی شده و سپس با استفاده از شبیه سازی‌های خطی و غیر خطی دقیق در محیط SIMULINK، کنترل کننده مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای این ماهواره بعد از بررسی‌های لازم روش پایدارسازی سه محوره با استفاده از عملگرهای مغناطیسی و میله‌گردان جاذبه‌ای کمکی در نظر گرفته شده است و معادلات غیر خطی سمتیکی و دینامیکی آن استخراج شده و سپس خطی سازی روی آن‌ها انجام گرفته است و در نهایت سیستم فوق به صورت یک سیستم خطی چند متغیره و متغیر با زمان تبدیل شده است. طراحی کنترل کننده برای این سیستم با مدل‌سازی سیستم متغیر با زمان کنترل وضعیت مغناطیسی به صورت سیستم دارای عدم قطعیت، انجام گرفته است.

**کلید واژگان:** کنترل وضعیت ماهواره، کنترل مقاوم، سنتر  $\mu$ ، کنترل مغناطیسی وضعیت، میکرو ماهواره.

### ۱. مقدمه

استفاده از عملگرهای مغناطیسی برای کنترل وضعیت ماهواره‌ها در کنار سایر عملگرهای وضعیت مثلاً برای تخلیه اندازه حرکت زاویه‌ای چرخ‌ها یا در ماهواره‌های پایدار شده چرخان، از سال‌ها پیش معمول گشته است. اما کنترل سه محوره وضعیت ماهواره فقط با استفاده از عملگرهای مغناطیسی، اخیراً مطرح گشته و بکار گرفته شده است. و این امر به دلیل ماهیت پیچیده مسئله فوق بوده که یک مسئله غیر خطی، چند متغیره و در عین حال متغیر با زمان است و تنها در سال‌های اخیر به کمک تئوری‌های کنترلی پیشرفته قابل حل گشته است.

در روش‌هایی که تاکنون برای حل این مسئله در دنیا به کار گرفته شده است مانند مرجع [۱]، از خاصیت پریودیک بودن این سیستم استفاده شده و باید توجه داشت که این خاصیت فقط برای مدارهایی با زاویه انحراف نزدیک ۹۰ درجه (شیب زیاد) و همچنین هنگامی که میدان مغناطیسی در دستگاه مداری تصویر شود معتبر می‌باشد. در عمل میدان مغناطیسی باید در دستگاه بدنی لحاظ گردد و همچنین ممکن است ماهواره دارای زاویه انحراف مداری کوچک باشد. بنابراین ما روش سنتر  $\mu$  را انتخاب کردیم تا محدودیت‌های فوق را پشت سر گذاشته و فقط از خاصیت متغیر با زمان بودن سیستم استفاده کنیم.

### ۲. استخراج معادلات حرکت وضعی ماهواره

ماهواره در نظر گرفته شده یک میکرو ماهواره با مأموریت تصویر برداری است که در مدار LEO قرار خواهد گرفت. روش پایدارسازی مناسب برای چنین مأموریتی، پایدارسازی سه محوره می‌باشد. عملگرهای کنترل وضعیت را از نوع گشتاور دهنده‌های مغناطیسی فعال به همراه میله‌گردان جاذبه‌ای کمکی در نظر می‌گیریم. در این بخش معادلات حرکت وضعی چنین ماهواره‌ای در حالت کلی استخراج شده و در بخش‌های بعدی بعد از خطی سازی یک کنترل کننده مقاوم با روش سنتر  $\mu$  برای آن طراحی خواهد شد. حرکت وضعی یک ماهواره توسط مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل غیرخطی (دینامیکی و سمتیکی) توصیف می‌گردد. این حرکت وضعی نسبت به دستگاه‌های مختصات معینی بیان می‌شود که ممکن است نسبت به دستگاه اینرسی ثابت بوده یا چرخش داشته باشند. ماهواره به عنوان یک جسم صلب در نظر گرفته می‌شود که جهت آن نسبت به یک دستگاه مرجع توسط یک سیستم فیدبک تصحیح می‌گردد.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & r & -q & p \\ -r & 0 & p & q \\ q & -p & 0 & r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

با معلوم بودن بردار  $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$  و حل عددی معادلات بالا کوآترینیونها (از دستگاه بدنی به مداری) در هر لحظه بدست خواهند آمد.

#### ۴. معادلات دینامیکی حرکت وضعی ماهواره

دینامیکی وضعیت وابستگی بین گشتاورهای خارجی و سرعت زاویه‌ای ماهواره را بیان می‌کند. برای بدست آوردن این معادلات ابتدا اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره (جسم صلب) حول مرکز جرم، نسبت به دستگاه غیر چرخان را در نظر می‌گیریم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{H}_G = \int_m \vec{r}' \times \vec{v}' dm = \int_m \vec{r}' \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') dm = \dots = I \cdot \vec{\omega} \quad (7)$$

$$\omega = \omega_{BI}^B = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

که  $I$  ماتریس تانسور اینرسی ماهواره می‌باشد. از طرفی طبق قضیه تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای جسم صلب داریم:

$$\frac{d\vec{H}_G}{dt} = \int_m \vec{r}' \times d\vec{F} = \vec{M}_G \quad (9)$$

اگر بخواهیم مشتق  $\vec{H}_G$  را نسبت به دستگاه بدنی بنویسیم باید از رابطه (۱۰) استفاده کنیم.

$$\frac{d\vec{H}_G}{dt} = (\vec{H}_G)_{Gxyz} = (\vec{H}_G)_B + \vec{\omega} \times \vec{H}_G = \vec{M}_G \quad (10)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\therefore I \cdot \dot{\omega}_{BI}^B + \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) = M_G^B \quad (11)$$

معادلات بالا را می‌توان به صورت یک دستگاه معادلات حالت غیرخطی نوشت یعنی:

$$\dot{\omega}_{BI}^B = I^{-1} M_G^B - I^{-1} \cdot \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) \quad (12)$$

با معلوم بودن  $M_G^B$  و شرایط اولیه  $\omega_{BI}^B$ ، با حل عددی می‌توان  $\omega_{BI}^B$  را در هر لحظه محاسبه نمود. با معلوم شدن  $\omega_{BI}^B$  و استفاده از معادلات سینماتیکی، کوآترینیونها در هر لحظه محاسبه خواهند شد.

$M_G^B$  برآیند گشتاورهای خارجی وارد بر ماهواره نسبت به مرکز جرم می‌باشد. گشتاورهای خارجی خود شامل گشتاورهای اغتشاشی یا  $M_{Gd}^B$  و گشتاورهای کنترلی یا  $M_{Gc}^B$  می‌باشند یعنی:

$$M_G^B = M_{Gc}^B + M_{Gd}^B \quad (13)$$

#### ۳. معادلات سمتیکی حرکت وضعی ماهواره (بر حسب کوآترینیونها)

دستگاه مختصات بدنی را با  $B$  و دستگاه مختصات مداری را با  $R$  نمایش دهیم. معادله دیفرانسیل حاکم بر کوآترینیونها به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [\Omega'] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & r & -q & p \\ -r & 0 & p & q \\ q & -p & 0 & r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix}$$

سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره را نیز به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$\vec{\omega}_{BI}$ : بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مداری  
 $\vec{\omega}_{RI}$ : بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه مداری نسبت به دستگاه اینرسی  
 $\vec{\omega}_{BR}$ : بردار سرعت زاویه‌ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه اینرسی

$$\omega_{BR}^B = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \omega_{RI}^B = \begin{bmatrix} \omega_{RIx} \\ \omega_{RIy} \\ \omega_{RIz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\omega_{BI}^B = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad \omega_{RI}^R = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

که در رابطه اخیر  $\omega_0$  سرعت زاویه‌ای حرکت مداری ماهواره می‌باشد. از طرفی داریم:

$$\vec{\omega}_{BI} = \vec{\omega}_{BR} + \vec{\omega}_{RI} \quad (3)$$

اگر بخواهیم مؤلفه‌های  $\vec{\omega}_{RI}$  را در دستگاه بدنی بدست آوریم باید از ماتریس دوران از دستگاه  $R$  به  $B$  استفاده کنیم یعنی:

$$\omega_{RI}^B = C_R^B \omega_{RI}^R \quad (4)$$

با جایگزینی این رابطه در رابطه قبل خواهیم داشت:

$$\omega_{BI}^B = \omega_{BR}^B + C_R^B \omega_{RI}^R \quad (5)$$

حال در رابطه بالا ماتریس دوران را بر حسب کوآترینیونها می‌نویسیم و معادله دیفرانسیل حاکم بر کوآترینیونها را هم در نظر می‌گیریم در این صورت به دستگاه معادلات سینما حرکت وضعی ماهواره به صورت زیر می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1-2(q_2^2+q_3^2) & 2(q_1q_2+q_3q_4) & 2(q_1q_3-q_2q_4) \\ 2(q_3q_1-q_2q_4) & 1-2(q_3^2+q_1^2) & 2(q_2q_3+q_1q_4) \\ 2(q_3q_1+q_2q_4) & 2(q_3q_2-q_1q_4) & 1-2(q_1^2+q_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_R^B(\delta q) = \begin{bmatrix} 1 & 2\delta q_3 & -2\delta q_2 \\ -2\delta q_3 & 1 & 2\delta q_1 \\ 2\delta q_2 & -2\delta q_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

رابطه خطی شده بین سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره نیز به صورت زیر خواهد شد :

$$\delta \omega_{BI}^B = \delta \omega_{BR}^B + \begin{bmatrix} -2\delta q_3 \cdot \omega_0 \\ 0 \\ 2\delta q_1 \cdot \omega_0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

رابطه (۱) را در نظر می‌گیریم. در این رابطه  $p$ ،  $q$  و  $r$  در واقع مؤلفه‌های بردار  $\omega_{BR}^B$  می‌باشند. حال رابطه (۱۸) را در آن جایگذاری می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \delta q_2 \\ \delta q_3 \\ \delta q_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta q \\ \delta r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

بدین ترتیب با ترکیب روابط خطی شده (۲۰) و (۲۱)، معادلات سینما تیکی خطی شده وضعیت بر حسب کوآرنیونها حاصل خواهد آمد. کوپل دینامیکی موجود در معادله (۱۲) یعنی رابطه زیر را در نظر می‌گیریم :

$$-I^{-1} \cdot \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) \quad (22)$$

اگر از دستگاه مختصات محورهای اصلی استفاده کنیم تا نسور اینرسی به فرم قطری در خواهد آمد و با این فرض رابطه قبلی به صورت رابطه (۲۳) خواهد شد.

$$-I^{-1} \cdot \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) = \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \cdot \omega_y \omega_z \\ \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \cdot \omega_x \omega_z \\ \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \cdot \omega_x \omega_y \end{bmatrix} \quad (23)$$

برای خطی سازی رابطه بالا تغییرات بردار  $\omega_{BI}^B$  حول نقطه کار آن را در نظر گرفته و رابطه بین بردارهای سرعت زاویه‌ای ماهواره را در دستگاه بدنی تصویر می‌کنیم که نهایتاً رابطه خطی شده کوپل دینامیکی به صورت زیر در خواهد آمد :

$$-I^{-1} \cdot \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) = \begin{bmatrix} \frac{(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} (\omega_0 \delta r + 2\omega_0^2 \delta q_1) \\ 0 \\ \frac{(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} (\omega_0 \delta p - 2\omega_0^2 \delta q_3) \end{bmatrix} \quad (24)$$

حال اگر رابطه (۲۱) را در رابطه (۲۴) طوری جایگذاری کنیم که فقط کوآرنیونها باقی بمانند خواهیم داشت :

## ۵. معادلات عملگرهای مغناطیسی

گشتاور کنترلی ایجاد شده توسط عملگرهای مغناطیسی ناشی از اندرکنش میدان مغناطیسی زمین با ممان مغناطیسی این عملگرها می‌باشد. این ممان مغناطیسی برای یک سیم پیچ، طبق رابطه زیر به علت عبور جریان  $i(t)$  از سیم پیچ این عملگر ایجاد می‌گردد :

$$m(t) = n_{Coil} \cdot i_{Coil}(t) \cdot A_{Coil} \quad (14)$$

که در این رابطه  $n_{Coil}$  تعداد دور سیم پیچ و  $A_{Coil}$  سطح مقطع آن می‌باشد. عملگرهای مغناطیسی به صورت سه سیم پیچ الکتریکی می‌باشند که به صورت متعامد در امتداد دستگاه بدنی قرار می‌گیرند. بنابراین برداری که نشان دهنده کل ممان مغناطیسی تولید شده توسط تمام سیم پیچ‌ها باشد در دستگاه‌های بدنی حاصل خواهد آمد:

$$M^B(t) = \begin{bmatrix} m_x(t) \\ m_y(t) \\ m_z(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

در این صورت گشتاور کنترلی عمل کننده بر ماهواره عبارت خواهد بود از:

$$M_{GC}^B = M_{mg}^B = M^B(t) \times B^B(t) \quad (16)$$

که  $B^B(t)$  بردار شدت میدان مغناطیسی زمین در مرکز جرم ماهواره در دستگاه بدنی می‌باشد و  $M_{mg}^B$  در اینجا همان گشتاور کنترلی می‌باشد و بردار  $M^B(t)$  به عنوان سیگنال کنترل در این مقاله در نظر گرفته می‌شود.

## ۶. خطی سازی معادلات

حرکت وضعی ماهواره را در همسایگی مرجع زیر در نظر می‌گیریم :

$$\begin{cases} \omega_{BR0}^B = 0 \\ q_{R0}^B = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4] = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \end{cases} \quad (17)$$

این یک نقطه تعادل سیستم بوده در عین حال نقطه کار عملی سیستم نیز می‌باشد. فرض می‌کنیم تغییرات حول نقطه کار اندک باشد بنابراین خواهیم داشت :

$$\begin{cases} \omega_{BR}^B = \omega_{BR0}^B + \delta \omega_{BR}^B \\ q = q_0 + \delta q \end{cases} \quad (18)$$

در ادامه با جایگذاری روابط بالا در معادلات حرکت وضعی ماهواره و استفاده از بسط تیلور و صرف نظر کردن از جملات مرتبه بالا، معادلات را خطی می‌کنیم. در این صورت ماتریس دوران به صورت زیر در خواهد آمد :

بنابراین می توان نوشت :

$$B^R(t) = B^R(t) - 2\delta q \times B^R(t) \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه (31) در رابطه (16) خواهیم داشت :

$$M_{mg}^B(t) = M^B(t) \times [B^R(t) - 2\delta q \times B^R(t)] = M^B(t) \times B^R(t) - 2M^B(t) \times (\delta q \times B^R(t)) \quad (32)$$

عبارت  $2M^B(t) \times (\delta q \times B^R(t))$  وقتی که یک فیدبک خطی برای کنترل سیستم پیاده گردد با تقریب مرتبه دوم قابل صرف نظر کردن خواهد بود [1]، بنابراین خواهیم داشت :

$$M_{mg}^B(t) = M^B(t) \times B^R(t) \quad (33)$$

پس می توان نوشت :

$$I^{-1} \cdot M_{mg}^B = I^{-1} \cdot M^B(t) \times B^R(t) = I^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 & B_z^R & -B_y^R \\ -B_z^R & 0 & B_x^R \\ B_y^R & -B_x^R & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (34)$$

حال با ترکیب روابط (34) و (27) و (25) معادلات خطی شده دینامیکی حرکت وضعی ماهواره بدست خواهد آمد، سپس با در نظر گرفتن متغیرهای حالت مناسب و ترکیب معادلات خطی شده سینماتیکی و دینامیکی و معادلات عملگرهای مغناطیسی معادلات حالت خطی شده حرکت وضعی ماهواره نهایتاً به صورت زیر در خواهد آمد :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B(t) \cdot U(t) + B_W \cdot W(t) \\ Y(t) = C \cdot X(t) + D \cdot U(t) \end{cases} \quad (35)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ -8\sigma_1\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 - \sigma_1\omega_0 \\ 0 & 6\sigma_2\omega_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_3\omega_0^2 & -\omega_0 - \sigma_3\omega_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

$$6_1 \triangleq \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}, \quad 6_2 \triangleq \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}, \quad 6_3 \triangleq \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}$$

$$B_W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix}_{6 \times 3}, \quad C = I_{6 \times 6}, \quad D = 0_{6 \times 3}, \quad U(t) = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

که در نتیجه از ماتریس های سیستم فقط ماتریس  $B(t)$  به صورت متغیر با زمان می باشد:

$$-I^{-1} \cdot \omega_{BI}^B \times (I \cdot \omega_{BI}^B) = \begin{bmatrix} \frac{(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} \cdot (2\omega_0 \cdot \delta q_3 + 2\omega_0^2 \cdot \delta q_1) \\ 0 \\ \frac{(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \cdot (2\omega_0 \cdot \delta q_1 - 2\omega_0^2 \cdot \delta q_3) \end{bmatrix} \quad (25)$$

## 7. خطی سازی گشتاور گرادیان جاذبه ای

مؤلفه های بردار گشتاور گرادیان جاذبه ای در دستگاه محورهای اصلی مطابق روابط زیر خواهد بود :

$$\begin{cases} g_1 = 3(\mu / R^3) \cdot (I_{zz} - I_{yy}) \cdot C_{23} \cdot C_{33} \\ g_2 = 3(\mu / R^3) \cdot (I_{xx} - I_{zz}) \cdot C_{33} \cdot C_{13} \\ g_3 = 3(\mu / R^3) \cdot (I_{yy} - I_{xx}) \cdot C_{13} \cdot C_{23} \end{cases} \quad (26)$$

$$C_R^B = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{23} & C_{33} \\ C_{31} & C_{33} & C_{33} \end{bmatrix}$$

حال اگر در رابطه بالا بجای عناصر ماتریس دوران از رابطه خطی شده آن یعنی (19) استفاده کنیم و از جملات مرتبه بالا صرف نظر کنیم به رابطه (27) خواهیم رسید.

$$I^{-1} \cdot M_g^B = -6\omega_0^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \cdot \delta q_1 \\ \frac{(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} \cdot \delta q_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

## 8. خطی سازی گشتاور کنترلی مغناطیسی

گشتاور کنترلی مغناطیسی بر طبق رابطه (16) بدست می آید. حال اگر بخواهیم از مؤلفه های بردار مغناطیسی زمین در دستگاه مداری استفاده کنیم خواهیم داشت :

$$B^B(t) = C_R^B \cdot B^R(t) \quad (28)$$

با جایگذاری رابطه خطی شده (19) در رابطه (28) خواهیم داشت.

$$B^B(t) = \begin{bmatrix} B_x^R + 2\delta q_3 B_y^R - 2\delta q_2 B_z^R \\ B_y^R - 2\delta q_3 B_x^R + 2\delta q_1 B_z^R \\ B_z^R - 2\delta q_1 B_y^R + 2\delta q_1 B_x^R \end{bmatrix} \quad (29)$$

می توان نشان داد که بسط رابطه زیر نیز به رابطه (29) منجر می شود .

$$B^R - 2\delta q \times B^R \quad (30)$$

بلوک عدم قطعیت که یک ماتریس بلوکی قطری است به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\Delta p = \begin{bmatrix} \delta_1 I_2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 I_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 I_2 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (41)$$

به عبارت دیگر ماتریس عدم قطعیت شامل سه بلوک اسکالر تکرار شونده حقیقی خواهد بود. برای طراحی به روش  $\mu$  ابتدا باید یک ساختار متصل شده داخلی مناسب برای طراحی در نظر بگیریم. هدف اصلی ما از طراحی کنترل کننده عبارتست از پایدارسازی سیستم حول نقطه کار و از بین بردن اثر شرایط اولیه، بنابراین می‌توانیم این مسئله را به صورت یک مسئله تعقیب پله صفر در نظر گرفت. در مرحله بعد باید سیگنال‌هایی که اندازه‌گیری شده و به کنترل کننده داده می‌شوند را تعیین کنیم. ما در این مسئله فرض می‌کنیم که تمام سیگنال‌های خروجی (یا تمام متغیرهای حالت) قابل اندازه‌گیری و فیدبک به کنترل کننده باشند (شکل - ۱). در ساختار فوق ماتریس تابع وزنی به صورت زیر انتخاب می‌گردد [۳]:

$$w_p = \begin{bmatrix} w_p & 0 & 0 \\ 0 & w_p & 0 \\ 0 & 0 & w_p \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad w_p = g \cdot \frac{as+b}{cs+d} \quad (42)$$

حال باید ضرایب  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  را با توجه به اهداف عملکردی تعیین کنیم. اهداف عملکردی را فعلاً به صورت پارامتری در نظر می‌گیریم و در بخش‌های بعدی مقادیر مناسب آن‌ها را تعیین خواهیم نمود. این پارامترها عبارتند از: حداکثر خطای ماندگار مطلوب (ess)، زمان نشست مناسب (TS)، حداکثر مقدار فرجهش OS، با استفاده از مرجع [۳] می‌توان ارتباط بین ضرایب  $w_p$  و پارامترهای طراحی را به صورت روابط زیر در نظر گرفت:

$$g = 1, \frac{b}{d} = \frac{1}{e_{ss}}, \frac{a}{c} = O_S, \frac{b}{c} = \frac{10}{T_S} \quad (43)$$

در نتیجه با معلوم بودن پارامترهای طراحی می‌توانیم با انتخاب مقدار دلخواه برای یک ضریب (مثلاً  $b = 1$ ) بقیه ضرایب تابع وزنی را از روابط بالا بدست آوریم زیرا این روابط شامل ۴ معادله و ۵ مجهول می‌باشند.

بعد از اینکه عدم قطعیت‌ها را به صورت L.F.T تبدیل کردیم و ساختار متصل شده داخلی مناسب برای طراحی را در نظر گرفتیم (شکل - ۱) و تابع وزنی عملکردی را با توجه به اهداف طراحی انتخاب نمودیم برای طراحی با روش سنتز  $\mu$  مرحله بعدی آنست که ساختار متصل شده داخلی را ابتدا به صورت سیستم استاندارد تبدیل نماییم. برای تبدیل به فرم استاندارد از دستورات جعبه ابزار

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B_z^R(t)}{I_{xx}} & \frac{B_y^R(t)}{I_{xx}} \\ \frac{B_z^R(t)}{I_{yy}} & 0 & \frac{B_x^R(t)}{I_{yy}} \\ \frac{B_y^R(t)}{I_{zz}} & \frac{B_x^R(t)}{I_{zz}} & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 3} \quad (36)$$

علت متغیر با زمان بودن ماتریس فوق آنست که با حرکت انتقالی ماهواره در مدار خود، بردار میدان مغناطیسی زمین در دستگاه مداری تغییر می‌کند.

### ۹. طراحی کنترل کننده مقاوم سنتز $\mu$

کنترل کننده مقاوم ابتدا سعی می‌کنیم تغییرات المان‌های ماتریس  $B(t)$  را به صورت عدم قطعیت پارامتریک در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} B_{xp} \equiv \frac{(\text{Max}(B_x^R(t)) - \text{Min}(B_x^R(t)))}{2} \\ B_{xm} \equiv \text{Mean}(B_x^R(t)) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N B_x^R(t) \end{cases} \quad (37)$$

با استفاده از تعاریف بالا واضح است که  $B_x^R(t)$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$B_x^R(t) = B_{xm} + B_{xp} \delta_1 \quad \delta_1 \in [-1, +1] \quad (38)$$

بدین ترتیب المان متغیر با زمان  $B_x^R(t)$  با استفاده از یک عدم قطعیت پارامتریک نرمالیزه  $\delta_1$  نمایش داده خواهد شد. با انجام عملیات مشابه برای ۲ المان دیگر نهایتاً به رابطه (۳۹) خواهیم رسید.

$$B(t) = B_0 + \delta_1 \cdot B_1 + \delta_2 \cdot B_2 + \delta_3 \cdot B_3 \quad (39)$$

که در رابطه (۳۹)،  $B_0$  نشان دهنده قسمت قطعی ماتریس  $B(t)$  می‌باشد. در این صورت ماتریس‌های سیستم را می‌توان با کمک عدم قطعیت‌های پارامتریک تعریف شده، به صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 \delta_i \cdot \begin{bmatrix} 0 & B_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

بدین ترتیب معادلات حالت خطی متغیر با زمان ماهواره به صورت معادلات حالت خطی غیر متغیر با زمان به همراه عدم قطعیت پارامتریک تبدیل خواهند شد. سپس ماتریس‌های سیستم را می‌توان با کمک عدم قطعیت‌های پارامتریک تعریف شده ابتدا به فرم تبدیل کسری خطی ۱ پایینی و سپس به صورت تبدیل کسری خطی بالایی درآوریم. بعد از تبدیل عدم قطعیت‌ها به صورت تبدیل کسری خطی،

<sup>1</sup> L.F.T

دادیم و مشاهده کردیم که در این حالت حل D-K به مقادیر کوچک (تا ۰/۸) می‌تواند همگرا شود. پس اگر بتوانیم به طریقی با تغییر مقادیر المان‌های ماتریس  $B_0$  کنترل پذیری سیستم را اصلاح کنیم انتظار می‌رود که مشکل حل شود. برای این منظور از نگاشت پیشنهادی زیر برای تعریف یک سیگنال کنترلی جدید بجای سیگنال‌های کنترلی قبلی استفاده کردیم [۱]:

$$\tilde{M} \rightarrow M = \frac{\tilde{M} \times B}{\|B\|} \quad (44)$$

این نگاشت اطمینان می‌دهد که  $M$  (بردار ممان مغناطیسی) در زیر فضای عمود بر  $B$  واقع شود. یعنی همواره  $M$  ای از رابطه بالا حاصل خواهد آمد که بر بردار شدت میدان مغناطیسی زمین یا  $B$  عمود می‌باشد. چنین نگاشتی تغییری در معادلات اصلی عملگرهای مغناطیسی نخواهد داد زیرا در حالت کلی (بدون در نظر گرفتن نگاشت) همواره می‌توان بردار  $M$  را به دو مؤلفه تجزیه کرد که یکی در زیر فضای عمود بر  $B$  و دیگری در زیر فضای موازی با  $B$  واقع است یعنی:

$$M = M^\perp + M^{\parallel} \quad (45)$$

در نتیجه با جایگذاری رابطه (۴۵) در رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$M_{GC} = M \times B = (M^\perp + M^{\parallel}) \times B = M^\perp \times B + \underbrace{M^{\parallel} \times B}_0 = M^\perp \times B \quad (46)$$

یعنی همواره مؤلفه‌ای از  $M$  در ایجاد گشتاور مؤثر است که در زیر فضای عمود بر  $B$  باشد و نگاشت (۴۴) در واقع اطمینان می‌دهد که  $M$  مؤلفه دیگری نداشته باشد. حال اگر رابطه (۴۴) را در رابطه (۳۴) جایگذاری کنیم خواهیم داشت:

$$I^{-1} \cdot M_{mg}^B \cong I^{-1} \cdot M^B(t) \times B^R(t) = I^{-1} \cdot \frac{(\tilde{M} \times B)}{\|B\|} \times B = \frac{I^{-1}}{\|B\|} \left( \begin{bmatrix} 0 & B_z^R & -B_y^R \\ -B_z^R & 0 & B_x^R \\ B_y^R & -B_x^R & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{m}_x \\ \tilde{m}_y \\ \tilde{m}_z \end{bmatrix} \right) \times B = \quad (47)$$

$$\frac{I^{-1}}{\|B\|} \cdot \begin{bmatrix} -B_z^R & -B_y^R & B_x^R & B_x^R \\ B_x^R & B_y^R & -B_z^R & -B_x^R \\ B_z^R & B_x^R & B_y^R & -B_z^R \\ B_z^R & B_x^R & B_y^R & -B_z^R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{m}_x \\ \tilde{m}_y \\ \tilde{m}_z \end{bmatrix}$$

با استفاده از این گشتاور کنترلی جدید ماتریس  $B(t)$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$\mu$  MATLAB استفاده می‌کنیم [۲]. مرحله بعد آنست که مسئله استاندارد فوق را با کمک الگوریتم D-K حل کرده و کنترل کننده مقاوم را استخراج نماییم. برای حل D-K ما از جعبه ابزار  $\mu$  نرم افزار MATLAB استفاده می‌کنیم. از آنجائیکه برنامه حل D-K موجود در این نرم افزار فقط قادر به حل مسائلی با عدم قطعیت به صورت بلوک‌های کامل مختلط ۲ می‌باشد و مسئله ما دارای بلوک‌های اسکالر حقیقی تکرار شونده است، برای این منظور ایده‌ای که برای حل چنین مسئله‌ای در نظر گرفتیم آن بود که ۳ بلوک اسکالر حقیقی تکرار شونده مرتبه ۲ را با ۶ بلوک کامل مختلط ۱ در ۱ جایگزین کنیم. بدین ترتیب مسئله با نرم افزار فوق قابل حل خواهد بود. چنین فرضی در طراحی، سبب اندکی محافظه کاری خواهد شد زیرا عدم قطعیتی که عملاً سیستم با آن مواجه است از نوع حقیقی می‌باشد که زیر مجموعه عدم قطعیت مختلطی است که در طراحی در نظر گرفته‌ایم. هرچند که چنین فرضی را در تحلیل با کمک آنالیز  $\mu$  در نظر نخواهیم گرفت زیرا دستورات مربوط به آنالیز  $\mu$  چنین محدودیتی ندارند.

با تعیین پارامترهای مناسب برای تابع وزنی و اجرای الگوریتم D-K متوجه شدیم که این الگوریتم به علت مشکل رتبه ۳ در ماتریس‌های سیستم تعمیم یافته متوقف می‌شود. با بررسی رفتار سیستم به این نتیجه رسیدیم که با توجه به اینکه برای جابجایی بسیار اندک قطب‌های سیستم (حدود 0.1 واحد به سمت چپ) گین (نرم) ماتریس گین فیدبک) بسیار زیادی (حدود  $2.5 \times 10^{10}$ ) لازم است، لذا سیستم در مرز کنترل ناپذیری قرار دارد، یعنی با اینکه کنترل پذیر است ولی اندک تغییری در بعضی پارامترهای سیستم می‌تواند سیستم نامی را از کنترل پذیری خارج کند. این مسئله را می‌توان با بررسی مقادیر المان‌های ماتریس  $B_0$  که بسیار کوچک می‌باشند تحقیق نمود. برای بررسی دقیق‌تر میزان کنترل پذیری سیستم، ماتریس گرامیان‌های کنترل پذیری سیستم را محاسبه نمودیم و ملاحظه کردیم که این ماتریس دارای عناصر بسیار کوچک (تا مقدار حداقل  $10^{-12}$ ) می‌باشد.

پس به نظر می‌رسد که علت اصلی مشکل حل D-K همین مسئله باشد. برای بررسی اثر میزان کنترل پذیری سیستم بر همگرایی حل D-K به المان‌های غیر صفر ماتریس  $B_0$  مقادیر کوچکی ( $10^{-3}$ ) افزوده گردید با این روش عملاً میزان کنترل پذیری سیستم را افزایش

<sup>1</sup>  $\mu$  - Analysis and Synthesis Toolbox

<sup>2</sup> Full Complex Blocks

<sup>3</sup> Rank

ناپذیری قرار دارد) حل شده باشد. برای بررسی دقیق‌تر میزان بهبود کنترل پذیری سیستم بار دیگر ماتریس گرامیان‌های کنترل پذیری سیستم را با ماتریس  $B_{0new}$  محاسبه کردیم و ملاحظه کردیم که مقدار حداقل عناصر آن تا حدود ۱۰ برابر نسبت به حالت قبل (با ماتریس  $B_0$ ) افزایش یافته است. حال عدم قطعیت‌ها را به صورت L.F.T بالای در می‌آوریم. بعد از انجام این عملیات، بلوک عدم قطعیت ( $\Delta P$ ) جدید که یک ماتریس بلوکی قطری است به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\Delta P = \begin{bmatrix} \delta_1 I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_4 I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_5 I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_6 I_2 \end{bmatrix}_{9 \times 9} \quad (54)$$

به عبارت دیگر ماتریس عدم قطعیت جدید شامل ۳ بلوک اسکالر حقیقی و ۳ بلوک اسکالر تکرار شونده حقیقی مرتبه ۲ می‌باشد. بعد از این مرحله، ساختار متصل شده داخلی مناسب برای طراحی را دوباره مانند شکل-۱ انتخاب می‌کنیم. توابع وزنی را نیز مانند روابط (۴۲) در نظر می‌گیریم. بعد از انتخاب پارامترهای طراحی، سیستم استاندارد را آماده می‌کنیم.

مرحله بعد آنست که مسئله استاندارد فوق را با کمک الگوریتم D-K حل کرده و کنترل کننده مقاوم را استخراج کنیم. با توجه به آنچه گفته شد برای حل الگوریتم D-K با کمک MATLAB باید بلوک عدم قطعیت را به صورت بلوک‌های کامل مختلط تبدیل کنیم لذا ماتریس (۵۴) را به صورت یک ماتریس قطری با ۹ بلوک کامل مختلط ۱ در ۱ در نظر می‌گیریم، سپس با انتخاب پارامترهای طراحی و تغییر آن‌ها و تکرار حل D-K سعی می‌کنیم که به مقادیر  $\mu$  نزدیک به ۱ برسیم که نهایتاً با سعی و خطای بسیار پارامترهای طراحی مناسب زیر بدست آمدند:

$$\begin{cases} T_S = 112244.89 \\ e_{SS} = 6.12244 \\ o_S = 9.79e^{-7} \end{cases} \quad (55)$$

که در نتیجه با جایگذاری پارامترهای طراحی در روابط (۴۳) تابع وزنی عملکرد به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\omega_P = \frac{0.011s + 1}{11s + 0.006} \quad (56)$$

با انتخاب این تابع وزنی و ساخت سیستم استاندارد و تبدیل عدم قطعیت به صورت بلوک‌های کامل مختلط، الگوریتم D-K بعد از ۲ تکرار به مقدار نزدیک به ۱ همگرا شد. نتایج اجرای الگوریتم D-K در جدول ۱ آمده است.

$$B_{new}(t) = \frac{I^{-1}}{\|B\|} \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & & \\ -B_z^{R^2} - B_y^{R^2} & B_x^R B_y^R & B_z^R B_x^R \\ B_x^R B_y^R & -B_z^{R^2} - B_x^{R^2} & B_z^R B_y^R \\ B_z^R B_x^R & B_z^R B_y^R & -B_y^{R^2} - B_x^{R^2} \end{bmatrix} \quad (48)$$

بار دیگر سعی می‌کنیم تغییرات المان‌های ماتریس  $B_{new}$  را به صورت عدم قطعیت پارامتریک در نظر بگیریم. برای این منظور ۶

پارامتر مستقل زیر را از ماتریس  $B_{new}$  در نظر می‌گیریم:

$$P_1 = \frac{-B_z^{R^2} - B_y^{R^2}}{\|B\|}, P_2 = \frac{-B_z^{R^2} - B_x^{R^2}}{\|B\|}, P_3 = \frac{-B_y^{R^2} - B_x^{R^2}}{\|B\|} \quad (49)$$

$$P_4 = \frac{B_x^R B_y^R}{\|B\|}, P_5 = \frac{B_z^R B_x^R}{\|B\|}, P_6 = \frac{B_z^R B_y^R}{\|B\|}$$

و بار دیگر مقادیر متوسط و تغییرات این پارامترها را به صورت روابط زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} P_{ip} \equiv \frac{(\text{Max}(P_i(t)) - \text{Min}(P_i(t)))}{2} \\ P_{im} \equiv \text{Mean}(P_i(t)) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N P_i(t) \end{cases} \quad (50)$$

پس می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} P_i = P_{im} + P_{ip} \delta_i \\ \delta_i \in [-1, +1] \\ i = 1, 2, \dots, 6 \end{cases} \quad (51)$$

با جایگذاری روابط (۵۱) در رابطه (۴۸) و فاکتور گرفتن از عدم قطعیت‌ها خواهیم داشت:

$$B_{new}(t) = B_0 + \delta_1 \cdot B_1 + \delta_2 \cdot B_2 + \delta_3 \cdot B_3 + \delta_4 \cdot B_4 + \delta_5 \cdot B_5 + \delta_6 \cdot B_6 \quad (52)$$

در این صورت ماتریسهای سیستم را می‌توان با کمک عدم قطعیت‌های پارامتریک تعریف شده بصورت زیر نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^6 \delta_i \cdot \begin{bmatrix} 0 & B_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

بعد از انجام محاسبات فوق ماتریس  $B_0$  جدید را بررسی می‌کنیم تا ببینیم نسبت به قبل بهبود یافته است یا خیر، زیرا هدف اصلی از نگاشت، اصلاح  $B_0$  بود. بررسی نشان می‌دهد که بعضی المان‌های  $B_{0new}$  نسبت به  $B_0$  قبلی افزایش یافته‌اند و همین امر ما را امیدوار می‌کند که مشکل کنترل پذیری سیستم (اینکه سیستم در مرز کنترل

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 14^{\circ}, \theta = 14^{\circ}, \psi = 14^{\circ} \\ X_0 = [0.1053 \quad 0.1348 \quad 0.1053 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix} \\ \omega_0 = 0.0011 \end{array} \right. \quad (57)$$

## ۱۲. شبیه سازی سیستم غیر خطی و متغیر با

### زمان (N.T.V)

بعد از انجام موفق آمیز شبیه سازی خطی و متغیر با زمان در بخش قبل، در این بخش شبیه سازی انجام خواهیم داد که کاملاً مطابق با شرایط واقعی باشد، یعنی خطی سازی و ساده سازی را در معادلات استفاده نمی کنیم. در این شبیه سازی سیستم حلقه بسته غیر خطی و متغیر با زمان مورد ارزیابی قرار می گیرد. بدین ترتیب که برای معادلات سینماتیکی و دینامیکی از معادلات غیر خطی (۶) و (۱۲)، برای معادلات گشتاور گردانان جاذبه ای از معادله غیر خطی آن یعنی رابطه (۲۶)، برای مدل میدان مغناطیسی زمین از معادلات غیر خطی استاندارد I.G.R.F (درجه اول و با ضرایب مربوط به سال ۲۰۰۰) و برای معادلات عملگرهای مغناطیسی نیز از رابطه غیر خطی آن یعنی رابطه (۱۶) استفاده می کنیم. در این رابطه مؤلفه های میدان مغناطیسی در دستگاه بدنی استفاده می شوند. برای  $B(t)$  نیز از رابطه (۴۸) استفاده می کنیم. برای شبیه سازی میدان مغناطیسی با استفاده از مدل I.G.R.F می بایست شرایط اولیه و پارامترهای مداری را مشخص کنیم، که آنها را به صورت زیر در نظر می گیریم:

(۵۸)

a = 6764.44 Km	Semi Major Axis of Orbit
e = $9.877 \times 10^{-4}$	Eccentricity
i = $51.6^{\circ}$	Inclination
$\Omega = 356.9^{\circ}$	Right Ascension of Ascending Node
$\omega = 143.5^{\circ}$	Argument of Periapsis
V = $216.6^{\circ}$	True Anomaly
Epoch = July 27, 1999	

برای شبیه سازی این معادلات از محیط SIMULINK استفاده می کنیم. شرایط اولیه شبیه سازی را مطابق روابط (۵۷) در نظر می گیریم. شکل-۴ نتایج این شبیه سازی را با شبیه سازی L.T.V مقایسه می کند. در این شکل ها نمودارهای خط پر مربوط به شبیه سازی N.T.V و نمودارهای خط چین مربوط به شبیه سازی L.T.V می باشند. همانطوریکه ملاحظه می شود پاسخ شبیه سازی N.T.V بسیار به پاسخ حالت L.T.V نزدیک می باشد. بنابراین کنترل کننده از عهده پایدار سازی سیستم N.T.V بر آمده و عملکرد زمانی مورد نظر را نیز فراهم نموده است. همانطوریکه انتظار داشتیم دارای پایداری مقاوم

جدول ۱- نتایج الگوریتم D-K برای طراحی

DK Iteration Summary		
Iteration #	1	2
Total D Order	0	82
Controller Order	9	91
Gamma Achieved	3.1132	2.7727
Peak Mu Value	1.7222	1.1649

که به یک کنترل کننده درجه بالا (درجه ۹۱) منجر شده است، برای کاهش درجه کنترل کننده از روش تحقق بالانس [۲،۴] استفاده شد و کنترل کننده نهایی کاهش درجه یافته (درجه ۱۴) بدست آمد.

## ۱۰. آنالیز $\mu$ کنترل کننده

برای بررسی پایداری و عملکرد مقاوم سیستم حلقه بسته با کنترل کننده نهایی کاهش درجه یافته، از دو آنالیز پایداری و عملکرد مقاوم استفاده کردیم. شکل-۲ نتیجه آنالیز پایداری مقاوم را نشان می دهد. همانطوری که از شکل-۲ ملاحظه می شود سیستم حلقه بسته دارای پایداری مقاوم مناسبی برای عدم قطعیت به صورت بلوک های حقیقی تکرار شونده (نمودار خط چین) می باشد، بطوریکه سیستم برای عدم قطعیت حقیقی دارای پایداری مقاوم ( $\mu < 1$ ) در تمامی فرکانس ها می باشد.

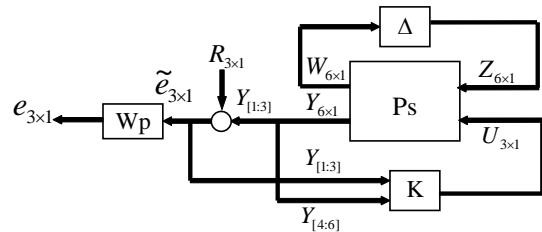
## ۱۱. شبیه سازی سیستم خطی و متغیر با زمان (L.T.V)

برای بررسی پایداری و عملکرد مقاوم سیستم در حوزه زمان، سیستم حلقه بسته خطی و متغیر با زمان را مورد ارزیابی قرار می دهیم. برای این منظور از معادلات (۳۵) استفاده کرده و برای محاسبه ماتریس  $B(t)$  بجای رابطه (۳۶) از رابطه (۴۸) استفاده می کنیم. برای شبیه سازی این معادلات از محیط SIMULINK استفاده می کنیم. شکل ۳ نتایج این شبیه سازی را با شبیه سازی L.T.I (شبیه سازی که فقط بخش غیر متغیر با زمان  $B(t)$  یعنی  $B_0$  را لحاظ می کند) مقایسه می کند. در این شکل نمودارهای خط پر مربوط به شبیه سازی L.T.V و نمودارهای خط چین مربوط به شبیه سازی L.T.I می باشند. همانطوریکه انتظار داشتیم به علت اینکه کنترل کننده طراحی شده در مقابل تغییرات زمانی سیستم دارای عملکرد و پایداری مقاوم می باشد، پاسخ شبیه سازی L.T.V بسیار به پاسخ حالت L.T.I نزدیک می باشد. بنابراین کنترل کننده از عهده پایدار سازی سیستم L.T.V بر آمده و عملکرد زمانی مورد نظر را نیز فراهم نموده است. تا نسور اینرسی،  $\omega_0$  و شرایط اولیه برای این شبیه سازی را مطابق روابط زیر در نظر گرفته ایم:

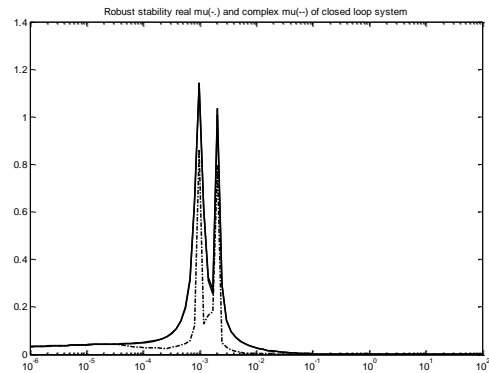
خوبی می‌باشد زیرا با وجود معادلات غیر خطی باز سیستم ناپایدار نشده است.

### ۱۳. نتیجه گیری

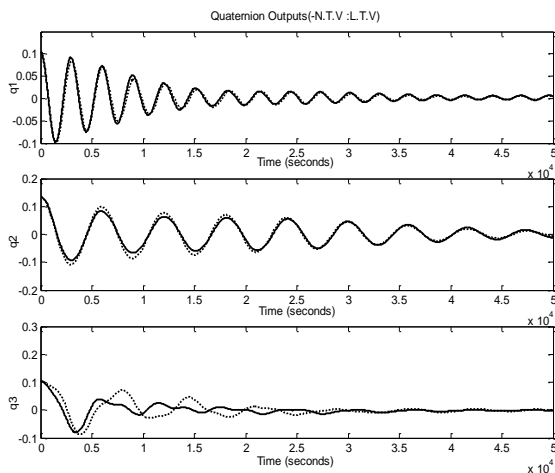
ایده استفاده از روش کنترل مقاوم سنتز  $\mu$  برای حل مسئله فوق، در این مقاله پیشنهاد و به مرحله اجرا گذاشته شده و با موفقیت نیز به نتیجه رسیده است. این ایده با مدل‌سازی سیستم متغیر با زمان کنترل وضعیت مغناطیسی ماهواره، به صورت سیستم دارای عدم قطعیت تحقق یافته است.



شکل ۱- ساختار متصل شده داخلی مناسب



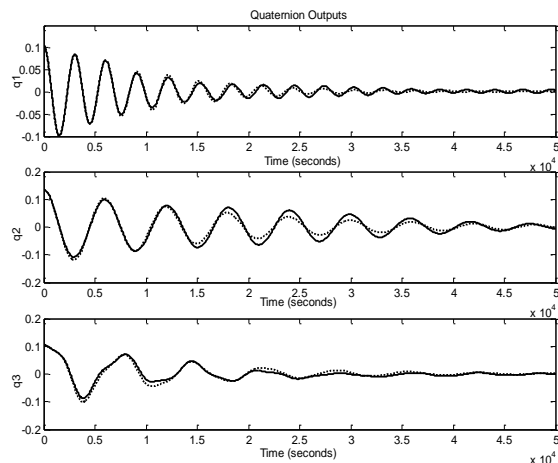
شکل ۲- آنالیز پایداری مقاوم



شکل ۴- نتایج شبیه سازی N.T.V

### مراجع

- [1]. Rafal Wisniewski, Linear time varying approach to satellite attitude control using only electromagnetic actuation. *AIAA Guidance Navigation and Control Conference*, New Orleans, LA, August 11-13 1997.
- [2]. Gary J. Balas, John C. Doyle, Keith Glover, Andy Packard, Roy Smith,  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox For Use With MATLAB User's Guide (Version 3). *Mathworks Inc.*, 1993-2001.
- [۳]. روزبه طوری، استفاده از سنتز  $\mu$  و کنترل مقاوم در طراحی کنترل کننده برای موشک. رساله کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده برق، ۱۳۷۹.
- [4]. B. D. Anderson, Y. Liu, Controller Reduction: Concept and Approaches. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 802-812, 1989.



شکل ۳- نتایج شبیه سازی L.T.V

کنترل سه محوره وضعیت یک میکرو ماهواره با عملگرهای مغناطیسی به روش مقاوم (ستز ۱۱)